

# כל שאלוני 5 יחידות

פרק 62

## שאלון 807 בגריות שנת 2019

|    |            |
|----|------------|
| 1  | מועד חורף  |
| 5  | קיץ מועד א |
| 10 | קיץ מועד ב |

## בגרות חורף 2019:

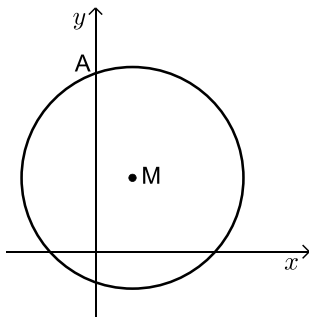
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) מעגל שמרכזו M חותך את החלק החיובי של ציר ה- $y$  בנקודה A, כמתואר בציור שלפניך. ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה- $y$ , החותך את הציר



בנקודה E. נתון כי:  $AE = 6$ .

נתון גם כי מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך של רדיוס המעגל.

א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות את נתוני השאלה נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

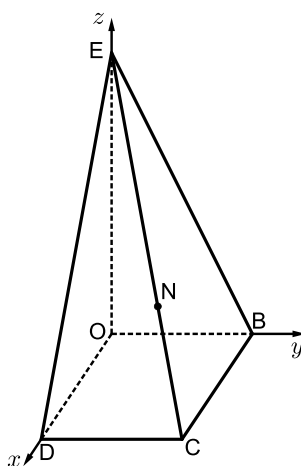
נסמן ב- $F_1$  וב- $F_2$  את מוקדי האליפסה שאת משוואתה

מצאת בסעיף א. הנקודות  $D_1$  ו- $D_2$  הן נקודות על האליפסה.

שיעור ה- $y$  של  $D_1$  חיובי ושיעור ה- $y$  של  $D_2$  שלילי.

ב. (1) מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע  $F_1D_1F_2D_2$ .

(2) האם קיים מרובע  $F_1D_1F_2D_2$  בעל היקף גדול יותר? נמק.



(2) נתונה פירמידה OBCDE שבסיסה OBCD הוא ריבוע.

המקצוע OE מאונך למישור הבסיס.

נתון:  $OE = 12$ ,  $OD = 4$ .

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O

היא ראשית הצירים והנקודות E, B, D נמצאות

על הצירים  $x$ ,  $y$ ,  $z$  בהתאמה (כמתואר בציור).

א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר EC.

הנקודה N נמצאת על המקצוע EC. מן הנקודה N מורידים

אנך לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F.

מרחק הנקודה F מציר ה- $y$  הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה N.

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD.

K היא נקודה על המקצוע EC כך ש-KOBCD היא פירמידה ישרה (OBCD בסיס הפירמידה).

- ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K. (3) ענה על הסעיפים הבאים :
- א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה :  $z^3 = \bar{z}$  ,  $z \neq 0$  , הוא מספר מרוכב.
- ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות :  $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$  .
- (2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאת בתת-סעיף ב(1).
- ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית  $45^\circ$  (נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים את המשוואה :  $z^4 = a$  . מצא את  $a$  .
- (2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית  $\alpha$  (נגד כיוון השעון). הוכח שסכום המספרים המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$ נקודות)

- ענה על אחת מהשאלות 4-5.
- שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.
- (4) נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}$  ,  $a$  הוא פרמטר.
- לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית  $x = \ln 2$  .
- א. מצא את  $a$  .
- הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  והראה כי עבור כל  $x \neq 0$
- בתחום מתקיים :  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2}$  .
- ג. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$  .
- (2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .

$$h(x) = \left| \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \right|$$

מגדירים פונקציה

ד. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $h(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$ .

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $h(x)$ , על ידי ציר

ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \ln 8$  והישר  $x = \ln 16$ .

נתון: הפונקציה  $h(x)$  סימטרית ביחס לישר  $x = \ln 2$ .

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה  $h(x)$ , והן סימטריות ביחס לישר  $x = \ln 2$ .

שיעור ה- $x$  של הנקודה A הוא  $\ln 8$ .

ה. מצא את שיעורי הנקודה B.

(5) (1)  $f(x)$  היא פונקציה גזירה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

א. הראה שלפונקציה  $f(x)$  ולפונקציה  $e^{f(x)}$  יש נקודות קיצון באותם שיעורי  $x$ ,

ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).

נתון כי:  $f(x) = x \ln(x^n)$ ,  $n$  הוא פרמטר טבעי.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

התייחס לערכים שונים של  $n$ .

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

התייחס לערכים שונים של  $n$ .

נתון: גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

ד. (1) הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן

(אם צריך - הבע באמצעות  $n$ ).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $n = 2$ .

ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון

של הפונקציה  $e^{x \ln(x^n)}$  ( $n$  טבעי), וקבע את סוגן אם צריך - הבע באמצעות  $n$ ).

תשובות סופיות:

(1) א.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$  ב.  $S_{F_1D_1F_2D_2} = 6\sqrt{3}$  (2) לא. היקף המרובע קבוע והוא  $8\sqrt{3}$ .

(2) א.  $EC: \underline{x} = (0, 0, 12) + t(1, 1, -3)$  ב.  $N(3, 3, 3)$

ג.  $71.565^\circ$  ד.  $\underline{x} = (2, 2, 0) + s(0, 0, 1)$

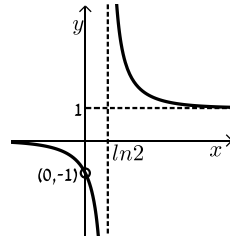
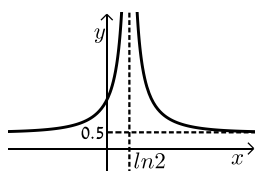
(3) א.  $1, i, -1, -i$  ב.  $x^2 + y^2 = 1$  (2) הוכחה.

ג.  $a = -1$  (1) הוכחה.

(4) א.  $a = 2$  ב.  $x \neq \ln 2, x \neq 0$  ג.  $y = 0, y = 1, x = \ln 2$  (1)

(2) עולה: איו, יורדת:  $x < 0, 0 < x < \ln 2, x > \ln 2$

(3) להלן סקיצה: ד.  $y = \frac{1}{2}, x = \ln 2$  (1) (2) להלן סקיצה:



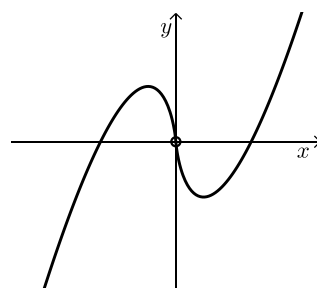
(3) 0.500724 ה.  $B\left(-\ln 2, \frac{5}{6}\right)$

(5) א. הוכחה. ב. עבור  $n$  אי-זוגי:  $x > 0$ , עבור  $n$  זוגי:  $x \neq 0$ .

ג. עבור  $n$  אי-זוגי:  $(1, 0)$ , עבור  $n$  זוגי:  $(-1, 0), (1, 0)$ .

ד. (1) הוכחה. (2)  $\max\left(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e}\right), \min\left(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e}\right)$

(3) להלן סקיצה:



ה.  $\max\left(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}}\right), \min\left(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}}\right)$

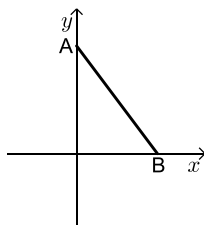
## בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) אורך הקטע AB הוא 4.

נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה-y והנקודה B נמצאת על ציר ה-x (ראה ציור).

הנקודה M היא אמצע הקטע AB.

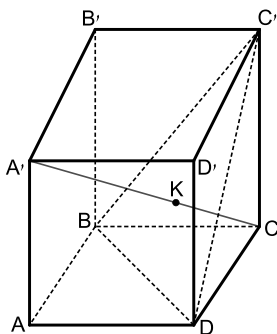
א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות M שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB כך ש- $\frac{AL}{LB} = t$  ש- $t > 0$ . הוא פרמטר.

ב. הבע באמצעות  $t$  את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

ג. בעבור איזה ערך של  $t$  המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א? נמק.

ד. האם קיים  $t > 0$  שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה-x בנקודה  $(5,0)$ ? נמק.



(2) ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור). הנקודה B נמצאת על ראשית הצירים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע A'C' ובין הקטע BC'.

ב. הוכח שהישר A'C' מאונך למישור BC'D'. הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר A'C' עם המישור BC'D'.

ג. מצא את היחס  $\frac{AK}{AC}$ .

הנקודה O היא נקודת החיתוך של אלכסון AC עם אלכסון הבסיס BD.

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע C'O.

(3) א. ענה על הסעיפים הבאים :

i. הוכח כי לכל מספר מרוכב  $z$  מתקיים  $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ .

ii. הוכח כי אם המספר המרוכב  $z$  נמצא על מעגל היחידה, אז גם המספר  $\frac{1}{z}$  נמצא על מעגל היחידה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים :

i. הראה כי בעבור כל מספר מרוכב  $z$  הנמצא על מעגל היחידה,

הסכום  $z + \frac{1}{z}$  הוא מספר ממשי.

ii.  $z_1$  ו-  $z_2$  הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה.

נתון כי הרכיבים המדומים של  $z_1$  ו-  $z_2$  הם חיוביים.

הוכח כי אם :  $z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$  אז  $z_1$  ו-  $z_2$  נמצאים ברביע הראשון.

$w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$  הוא מספר מרוכב. נתון :  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא  $\frac{1}{w}$  והאיבר השני הוא  $w$ .

נתון כי סכום 5 איברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.

ג. ענה על הסעיפים הבאים :

i. הבע באמצעות  $\alpha$  את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

ii. מצא את  $\alpha$  (מצא את שתי האפשרויות).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות**

**ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$  המוגדרת לכל  $x$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

iii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המקבילה לציר ה- $x$ .

iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח כי  $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$ .

ii. הסבר מדוע גרף הפונקציה  $f(x)$  נמצא כולו מתחת לישר  $y = x$ .

ד. נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$  המוגדרת לכל  $x$ .

i. מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה)?

ii.  $a > 1$  הוא פרמטר.

היעזר בנגזרת הפונקציה  $f(x)$  והראה כי נפח גוף הסיבוב של

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי הצירים ועל ידי

הישר  $x = \ln a$  שווה ל- $\pi \ln\left(\frac{2a}{a+1}\right)$ .

פרט את חישוביך.

(5) נתונה משפחת הפונקציות:  $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$  .  $m$  הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור  $m \geq 0$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציות  $f(x)$ ?

ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות  $f(x)$

(אם יש כאלה). נמק.

iii. נתון כי כל הפונקציות  $f(x)$  מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת.

מצא את שיעוריה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. בעבור  $m \geq 0$ , מצא את הערכים של  $m$  שבעבורם הנגזרת  $f'(x)$ :

1. אינה מתאפסת בשום נקודה.

2. מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.

3. מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.

ii. בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (I-III) של פונקציות מן המשפחה  $f(x)$

בעבור  $m \geq 0$ . ידוע כי  $m \neq 1$  וכי כל אחד מן הגרפים מתאים לערך

או לטווח ערכים אחר של  $m$ .

התאם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של  $m$

המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים I-III.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(-x)$  בעבור  $0 < m < 1$ .

## תשובות סופיות:

(1) א.  $x^2 + y^2 = 4$ , מעגל קנוני ורדיוסו 2.

ב.  $\frac{(t+1)^2 x^2}{t^2} + (t+1)^2 y^2 = 16$  או  $\frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2} = 1$ , אליפסה.

ג.  $t = 1$  ד. לא.

(2) א.  $\angle(A'C, BC') = 90^\circ$  ב. הוכחה. ג.  $\frac{A'K}{A'C} = \frac{2}{3}$  ד. הוכחה.

(3) א. (i). הוכחה. א. (ii). הוכחה. ב. עבור  $z = r \operatorname{cis} \theta$

ב. (i).  $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$  ב. (ii). הוכחה. ג. (i).  $q = \operatorname{cis} 2\alpha$

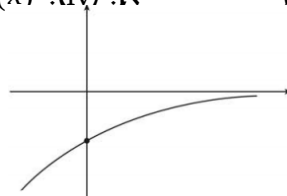
ג. (ii).  $\alpha = \frac{\pi}{5}$  או  $\alpha = \frac{2\pi}{5}$

(4) א. (i). אין חיתוך עם ציר  $x$ . חיתוך עם ציר  $y$ :  $(0, -\ln 2)$

א. (ii).  $f(x)$  שלילית לכל  $x$ , חיובית לאף  $x$ .

א. (iii).  $v = 0$  א. (iv).  $f(x)$  עולה לכל  $x$ , יורדת לאף  $x$ .

ב. סקיצה: ג. (i). הוכחה.



ג. (ii). הוכחה. ד. (i).  $g(x)$  חיובית לכל  $x$ , שלילית לאף  $x$ .

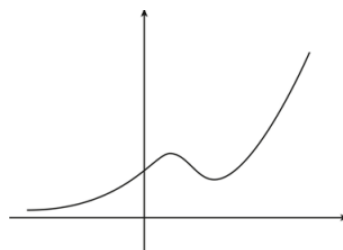
ד. (ii). הוכחה.

(5) א. (i). כל  $x$ . א. (ii).  $f(x)$  חיובית לכל  $x$ , שלילית עבור אף  $x$ .

א. (iii).  $(0, 1)$  ב. (i). (1).  $m > 1$  (2).  $m = 0$  (3).  $0 < m < 1$

ב. (ii). גרף I:  $0 < m < 1$ . גרף II:  $m > 1$ . גרף III:  $m = 0$ .

ג. סקיצה:



## בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

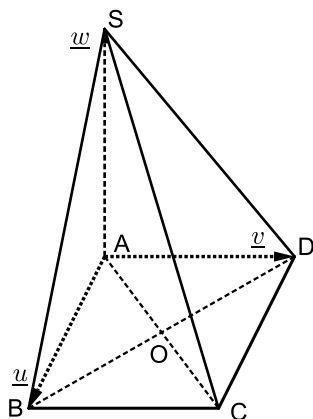
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתון מעגל שמשוואתו היא  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי. הזיזו את המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך שישק לציר ה- $y$ .

- הבע באמצעות  $a$  את משוואת המעגל שהתקבל.
- בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה- $y$ . שיעור ה- $x$  של מרכז המעגל שבונים הוא חיובי. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב- $a$ ).
- הישר  $y = x + 3$  משיק בנקודה  $M$  למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.
- מצא את  $a$ .
- רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:
  - המעגל שהתקבל בסעיף א.
  - המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו הוא בנקודה  $M$ .

(2) נתונה פירמידה  $SABCD$ , שבסיסה  $ABCD$ , הוא ריבוע (ראה ציור). הנקודה  $O$  היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס. הנקודה  $P$  היא נקודה על הקטע  $SD$ , והיא מקיימת:  $\overrightarrow{SP} = t \cdot \overrightarrow{SD}$ ,  $t > 0$ . נסמן:  $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ .



- הבע את הווקטור  $\overrightarrow{OP}$  באמצעות  $\underline{w}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{u}$  ו- $t$ .
- מצא בעבור איזה ערך של  $t$ ,  $OP$  מקביל למישור הפאה  $SAB$ .
- נתון: אורך צלע הריבוע  $ABCD$  הוא 4,  $AS$  מאונך לבסיס הפירמידה,  $AS = 4\sqrt{2}$ . הנקודה  $A$  היא ראשית הצירים. הנקודות  $B, D$  ו- $S$  נמצאות על החלק החיובי של הצירים  $x, y$  ו- $z$  בהתאמה.
- מצא בעבור אילו ערכים של  $t$ , הישר  $OP$  יוצר זווית של  $45^\circ$  עם מישור הפאה  $SAD$ .
- הנקודה  $T$  נמצאת על הקטע  $SC$  כך ש- $TABCD$  היא פירמידה ישרה.
- מצא את נפח הפירמידה  $TABCD$ .

3 נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא  $iz$  ( $z$  מספר מרוכב). נתון כי הסדרה איננה קבועה.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות  $z$ ).

ii. הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-  $\frac{z^5 + i}{z + i}$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $z^5 = -i$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

ii. מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$

( $z$  הוא הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא

מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב (ii).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O – ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$ .

$a$  הוא פרמטר,  $-2 < a < 2$ .

א. הראה שהפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I-III) המתארים את גרף הפונקציה  $f(x)$  כתלות בפרמטר  $a$ . כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)-(3) של  $a$ :

$$(1) 0 < a < 2$$

$$(2) -2 < a < 0$$

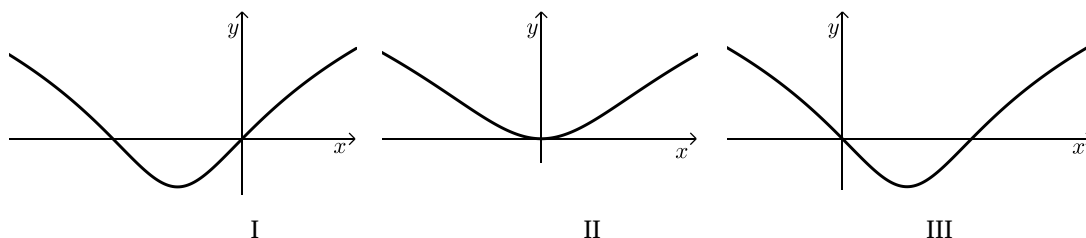
$$(3) a = 0$$

כתוב איזה מתחומי הערכים (1)-(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

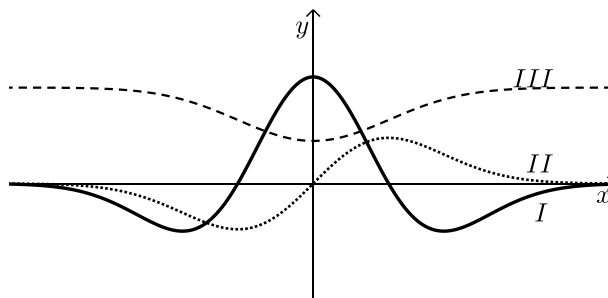
ענה על סעיף ה בעבור  $a$  המקיים  $-2 < a < 0$ .

נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

ה. הבע באמצעות  $a$  ו- $S$  את האינטגרל:  $\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$ .



- 5) לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$  המוגדרות לכל  $x$ .  
הגרף III נמצא כולו מעל לגרף II.



- א. התאם כל אחד מן הגרפים I, II, III לפונקציות  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$ . נמק את קביעתך.  
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה  $f'(x)$ , כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ .  
נתון כי:  $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$ .  
ב. מצא בעבור איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.  
נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל- $1 + \frac{1}{2e}$ .  
ג. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

תשובות סופיות:

(1) א.  $(x-a)^2 + y^2 = a^2$  ב.  $x \neq 0, y^2 = 4ax$  ג.  $a = 3$

ד.  $(3,3)$

(2) א.  $\vec{OP} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \left(t - \frac{1}{2}\right)\vec{v} + (1-t)\vec{w}$  ב.  $t = \frac{1}{2}$

ג.  $t = 1, t = \frac{2}{3}$  ד.  $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}$

(3) א. א. (i).  $1, iz, -z^2, -iz^3, z^4$  א. (ii). הוכחה.

ב. (i).  $\text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}270^\circ, \text{cis}342^\circ$

ג.  $\text{cis}138^\circ, \text{cis}258^\circ$  ב. (ii).  $\text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}342^\circ$

(4) א. הוכחה. ב.  $(-a,0), (0,0)$

ג.  $\min\left(-\frac{a}{2}, \ln\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\right)$  ד. I (1) ד. II (3) ד. III (2)

ה.  $-a \ln 4 - S$

(5) א.  $f$  ב.  $f'$  ג.  $f''$

ב.  $x = -1$  אורך מקסימלי.  $x = \frac{1}{2}$  אורך מינימלי.